

文章编号: 1000-8055(2008)12-2314-07

自寻优求解法建立涡轴发动机状态变量模型

周文祥¹, 单晓明^{1,2}, 耿志东¹, 黄金泉¹

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 中国航空动力机械研究所, 株洲 412002)

摘 要: 采用自寻优求解法建立小偏差状态变量模型 (SVM), 即先任意给定 A, B, C, D 矩阵, 然后根据发动机非线性模型与状态变量模型的小偏差动态响应对比直接寻优 A, B, C, D 矩阵. 求解目的为使状态变量模型与非线性模型的小偏差动态响应吻合, 因而应用该方法可以保证所建模型具有较高的精度. 此外该方法不受模型阶次的限制. 应用该方法建立了某型涡轴发动机的小偏差状态变量模型, 通过与非线性模型仿真结果比较, 验证了该方法的有效性和准确性, 所建立的状态变量模型可用于航空发动机控制系统设计与故障诊断.

关 键 词: 航空发动机; 状态变量模型; 自寻优求解法

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

Establishment of state space model of turboshaft engine with self-optimized method

ZHOU Wen-xiang¹, SHAN Xiao-ming^{1,2},
GENG Zhi-dong¹, HUANG Jin-quan¹

(1. College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. China Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

Abstract: A self-optimized method was employed to establish the state space model (SVM), that is, A, B, C, D matrices were given arbitrarily, then small perturbation response between nonlinear model and SVM was compared to seek the exact A, B, C, D matrices directly. This method aims at inosculating the response between nonlinear model and SVM, so high precision could be guaranteed. This method is not limited by the order of model. One small perturbation SVM of a certain turboshaft engine model has been established by this method, and the simulation result between SVM and nonlinear model was also compared, proving the validity and accuracy. Also, the SVM could be applied to fault diagnosis and control system design for aero engines.

Key words: aeroengine; state space model; self-optimized method

随着对航空发动机性能要求的不断提高, 航空发动机向多变量数控方向发展. 在航空发动机多变量控制方法中, 较为完善和成熟的仍是线性控制方法, 要求设计对象模型为状态变量形式. 80

年代末到 90 年代初, 美国 Luppold 等研究人员将表征发动机性能的物理量融入到小偏差状态变量模型 (SVM) 中, 开始了基于 SVM 的故障诊断研究^[1].

收稿日期: 2008-05-06; **修订日期:** 2008-10-08

作者简介: 周文祥(1980-), 男, 江苏南京人, 讲师, 博士, 专业研究方向: 航空发动机控制、建模及故障诊断.

E-mail: zhouwx@nuaa.edu.cn

目前求取系统矩阵 A,B,C,D (连续形式)的方法主要为偏导法^[2-4]、最小二乘拟合法^[5-8]。偏导法要求对某一状态量或控制量作扰动时其它量不变,这种假定导致其精度不高。最小二乘拟合法建模精度高于偏导法,但若模型阶次较高,则建立其解析关系式十分繁琐,因而适用性低。

本文提出的自寻优求解法无需建立复杂的解析关系式。其机理是首先根据选择的状态量、控制量及输出量,任意给出 A,B,C,D 矩阵并作各控制量的小阶跃,得到其线性动态响应;对发动机部件级模型同样作各控制量的小阶跃得到非线性动态响应。首先调节 B,D 矩阵的元素使两者响应终值相等,而后运用黄金分割法自动寻优求解 A,C 矩阵对应的元素使两者响应动态过程吻合,即获得小偏差状态变量模型。

1 状态变量模型(SVM)

对涡轴发动机状态变量模型,选择燃气涡轮转速 n_g 和动力涡轮转速 n_p 为 SVM 状态变量;选择燃气涡轮转速 n_g 、动力涡轮转速 n_p 、压气机出口压力 p_3 、高压涡轮出口温度 T_4 为 SVM 的输出参数;选择发动机供油量 w_f 作为控制量。选择好 SVM 的各参数变量后,就得到如下用物理参数表示的 SVM:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{n}_g \\ \Delta \dot{n}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta n_g \\ \Delta n_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} (\Delta w_f)$$
$$\begin{pmatrix} \Delta n_g \\ \Delta n_p \\ \Delta p_3 \\ \Delta T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ c_{31} & c_{32} \\ c_{41} & c_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta n_g \\ \Delta n_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} (\Delta w_f) \quad (1)$$

式中各变量为地面标准条件下的归一化参数。对任意环境条件下的发动机工作过程先换算到标准条件下,用上面的 SVM 计算,然后再换算得到真实条件下的发动机工作参数。

2 自寻优求解法

1) 选择发动机某一个稳态点($w_f = w_{f,design}$),对发动机非线性模型作供油量阶跃,得其响应曲线(图 1 中实线)。

2) A 矩阵的非主对角线元素对各自的输出响应影响较小,本文使用扰动法求得 a_{21} , a_{12} 和 c_{31} , c_{41} 。

3) 在 a_{21} , a_{12} , c_{31} , c_{41} 基础上,任意给定 A,B,C,D 阵其它元素如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.77137 & 0 \\ -0.092062 & -0.28 \end{bmatrix},$$
$$B = \begin{bmatrix} 5.3016 \\ 0.9447 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.039082 & 0 \\ 0.039076 & 0 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.36255 \\ 0.36258 \end{bmatrix}$$

对该线性模型作控制量 $\Delta w_f = 1\%$ 的阶跃,以燃气涡轮转速 n_g 为例,得其响应(图 1 中虚线)。

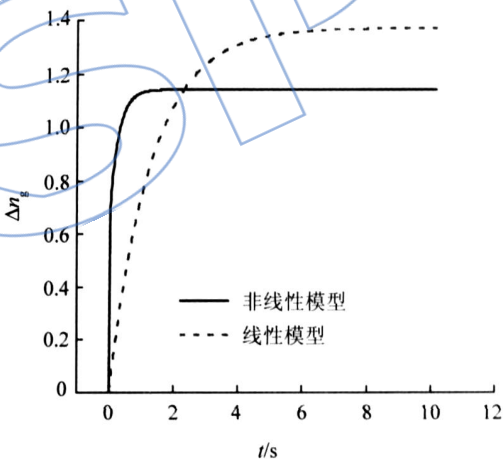


图 1 控制量 1%的阶跃响应
Fig. 1 Step response when control input changes one percent

4) 计算 B,D 矩阵。由图 1 可以看出,两者之间的误差很大,为了消除两者之间的误差,需对进一步任意选择的 A,B,C,D 阵做出调整。图 1 中两者响应的误差可分为两个部分,一为响应终值误差,二为响应初始阶段误差。由图 1 可见,线性模型的响应终值明显大于非线性模型,为了降低线性模型的响应终值使其与非线性模型吻合,可以降低 B 阵中与 n_g 所对应的元素值的大小,即降低 b_1 。使 b_1 降低一个适当的大小后, n_g 响应如图 2 所示,可见两者的响应终值已经一致。调节其它状态量和输出量的响应终值,所采用的方法一样,这样便可求出 B,D 矩阵的全部元素。

5) 黄金分割法计算 A,C 矩阵。考虑一维无约

束极小化问题:

假定 $\phi(t)$ 的一个搜索区间 $[a_1, b_1]$ 已确定, 并设 $\phi(t)$ 在 $[a_1, b_1]$ 上为单谷函数, $\bar{t}$ 为 $\phi(t)$ 在 $[a_1, b_1]$ 上的极小点. 根据单谷函数的性质, 只需增加两个试探点, 就可以把搜索区间缩短.

任取 $\lambda_k, u_k \in [a, b]$ 且 $\lambda_k < u_k$, 当 $\phi(\lambda_k) < \phi(u_k)$ 时, 取 $a_2 = a_1, b_2 = u_k$, 当 $\phi(\lambda_k) > \phi(u_k)$ 时, 取 $a_2 = \lambda_k, b_2 = b_1$. 从而有 $\bar{t} \in [a_2, b_2]$. 继续以上过程, 得到一组搜索区间序列

$$[a_1, b_1] \supseteq [a_2, b_2] \supseteq \cdots \supseteq [a_n, b_n]$$

且 $\bar{t} \in [a_n, b_n]$, 当 $b_n - a_n < \varepsilon$ 时, $[a_n, b_n]$ 中的任一点都可作为 $\bar{t}$ 的近似值.

黄金分割法步骤:

①选取初始数据. 确定初始搜索区间 $[a_1, b_1]$ 和允许误差 $\varepsilon > 0, \tau = 0.618$.

②计算最初两个试探点: $\lambda_k = a_1 + (1 - \tau)(b_1 - a_1), u_k = a_1 + \tau(b_1 - a_1)$, 求出 $\phi(\lambda_k), \phi(u_k)$, 并置 $k = 1$.

③检查 $|\lambda_k - u_k| < \varepsilon$ 否, 是, 停止计算, 输出 $\bar{t} = \frac{\lambda_k + u_k}{2}$; 否则, 转步骤 ④.

④比较函数值. 若 $\phi(\lambda_k) < \phi(u_k)$, 转步骤 ⑤; 若 $\phi(\lambda_k) \geq \phi(u_k)$, 转步骤 ⑥.

⑤向左搜索. 令 $a_{k+1} = a_k, b_{k+1} = u_k, u_{k+1} = \lambda_k, \phi(u_{k+1}) = \phi(\lambda_k)$, 并计算 $\lambda_{k+1} = a_{k+1} + (1 - \tau)(b_{k+1} - a_{k+1})$ 和 $\phi(\lambda_{k+1})$, 转步骤 ⑦.

⑥向右搜索. 令 $a_{k+1} = \lambda_k, b_{k+1} = b_k, \lambda_{k+1} = u_k, \phi(\lambda_{k+1}) = \phi(u_k)$, 并计算 $u_{k+1} = a_{k+1} + \tau(b_{k+1} - a_{k+1})$ 和 $\phi(u_{k+1})$, 转步骤 ⑦.

⑦置 $k = k + 1$, 转步骤 ③.

以图 2 为例, 非线性模型响应的上升时间为

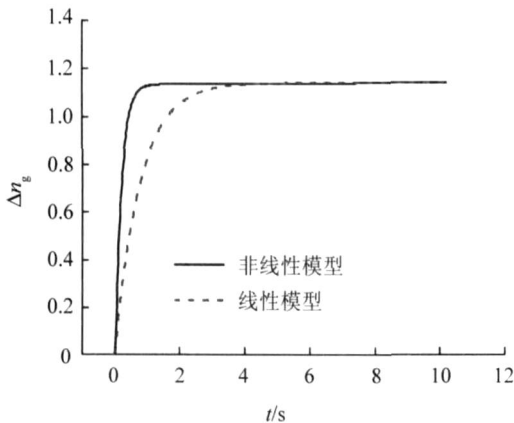


图 2 求解 B, D 阵后的阶跃响应

Fig. 2 Step response after B, D matrices were confirmed

1.1 s, 而线性模型中 n_g 响应的上升时间是由 a_{11} 唯一决定的, a_{11} 的绝对值减小则响应变慢, 反之则响应加快, 而如图 2 所示 $a_{11} = -0.77137$ 时线性模型的响应已经慢于非线性模型, 因此必须增加 a_{11} 的绝对值. 为求解 a_{11} , 设以下的单谷函数:

$$\phi(a_{11}) = |f(a_{11}) - 1.1|$$

式中 $f(a_{11})$ 为线性模型响应的上升时间(由 a_{11} 决定), 初始令 $a_{11} \in [-10, -0.77137]$, 如若搜索不到最优解, 则应扩大搜索区间.

按照黄金分割算法寻优得到 $a_{11} = -5.7853$, 此时 n_g 响应如图 3 所示, 两种模型的响应的初始阶段已经非常一致. 同样的方法可以求解得到 A, C 矩阵中的其它元素.

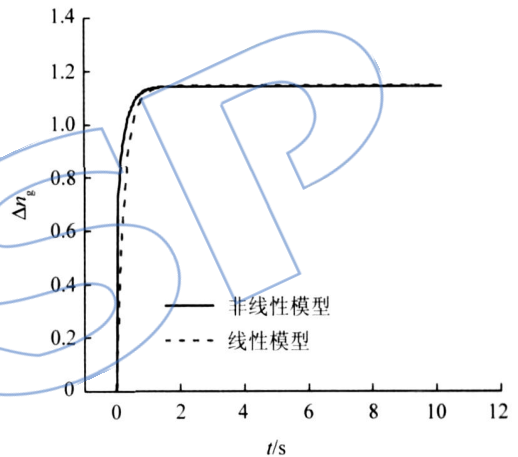


图 3 求解出 A, B, C, D 阵后仿真图

Fig. 3 Step response after A, B, C, D matrices were confirmed

最后, 使用自寻优求解得到的 A, B, C, D 矩阵如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} -5.7853 & 0 \\ -0.46031 & -5.08 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.5859 \\ 3.4297 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.84027 & 0.025208 \\ 0.84014 & -0.42007 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.27889 \\ 0.48425 \end{bmatrix}$$

3 单点仿真验证

另选一稳态点 $W_f = 0.7 W_{f, \text{design}}$, 采用自寻优

求解法求解该点的状态变量模型,而后对该状态变量模型作燃油量 1 %的阶跃,图 4 为输出响应。

再者,经研究发现自寻优求解法所建的状态变量模型在不同的控制量阶跃下,都有很高的精

度. 选择另一稳态点: $W_f = 0.5 W_{f, \text{design}}$; 对状态变量模型与非线性模型分别作燃油量 1 %与 2 %的阶跃,阶跃响应如图 5 所示。从图中可见,状态变量模型与非线性模型的阶跃响应吻合的非常好,

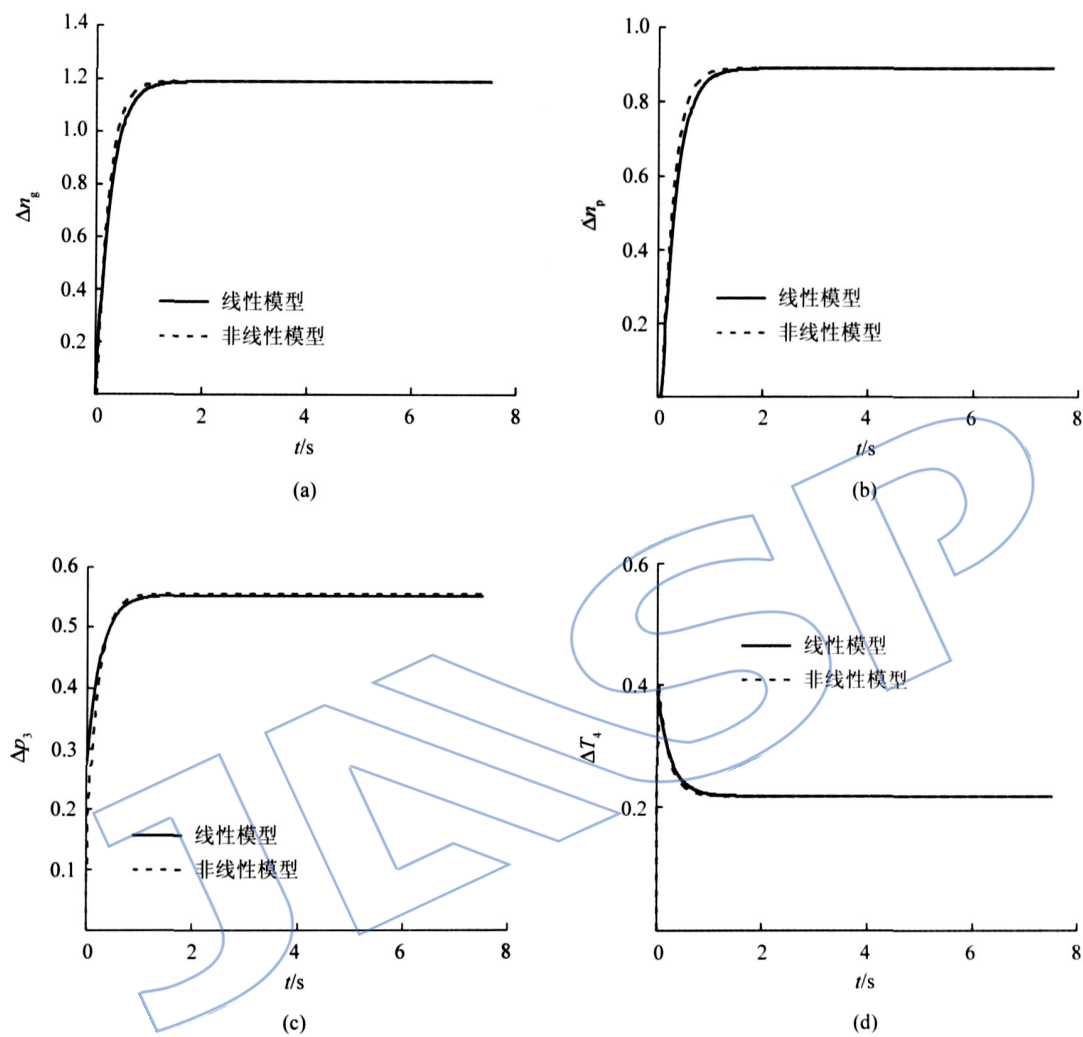
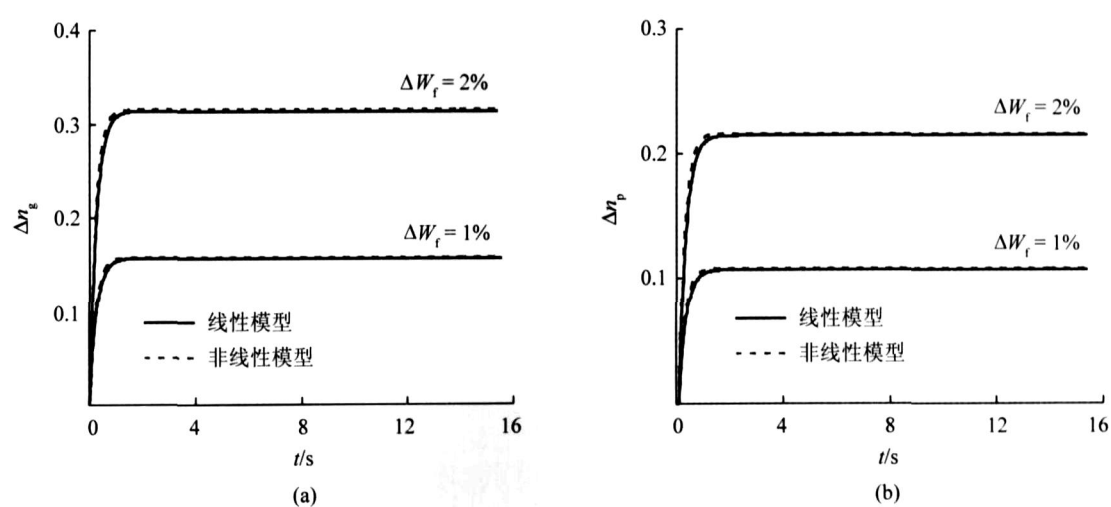


图 4 燃油量 1 %阶跃响应 (70 %设计点状态)

Fig. 4 Step response when control input changes one percent (70 % design point state)



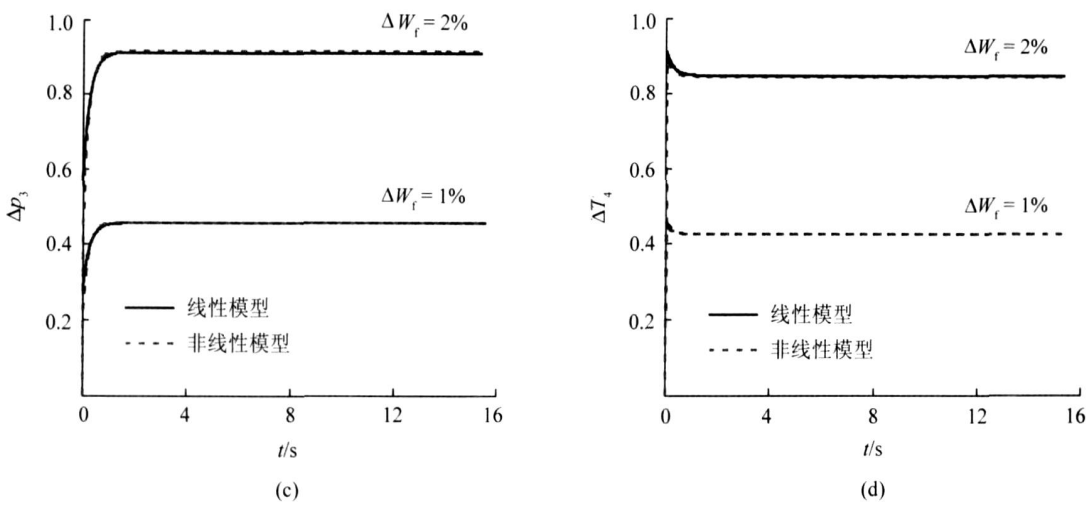


图 5 燃油量分别作 1 %与 2 %阶跃后模型仿真结果 (50 %设计点状态)

Fig. 5 Step response when control input changes one percent and two percent (50 % design point state)

验证了所建立的状态变量模型在不同的控制量阶跃下仍具有较高的精度。

4 自寻优求解法的优点

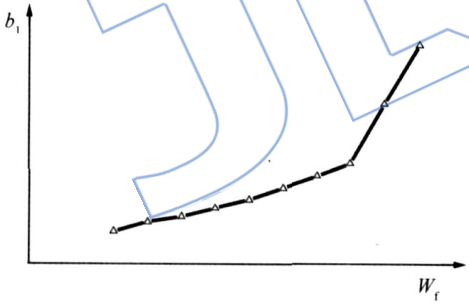
自寻优求解法获得的 A,B,C,D 矩阵非常具有规律性.在整个飞行包线范围内,本文建立了多矩阵基本一致;B 矩阵则由慢车点向设计点逐渐

增加.矩阵各元素规律如图 6;C,D 矩阵也具有类似的规律.因而,以上规律可保证做大偏差模型时采用简单的插值算法也具有较高的精度。

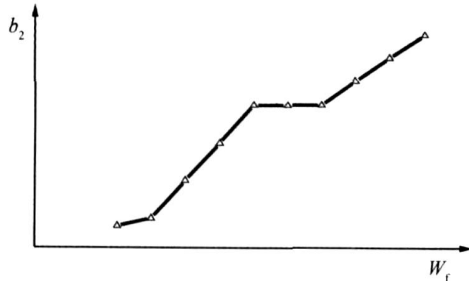
$$A = \begin{bmatrix} -5.7853 & 0 \\ -0.46031 & -5.08 \end{bmatrix}$$

5 大偏差状态变量模型仿真验证

将从最大状态到某一中间状态下的动态燃油量变化规律作为非线性模型的输入,得到一组输出响应.把相同变化规律的燃油量输入到插值得到的大偏差模型中,将得到的输出响应与非线性模型的输出响应作比较如图 7 所示,误差如图 8 所示,仿真结果表明,该大偏差模型与非线性模型误差小于 2 %。



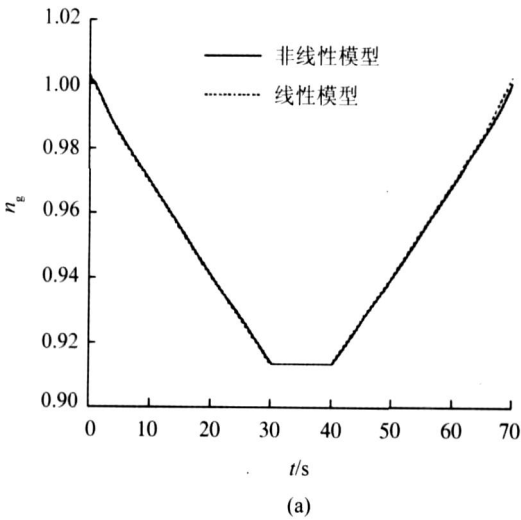
(a)



(b)

图 6 B 矩阵中元素值随供油量的变化规律

Fig. 6 Charts of B matrix elements vs fuel flux



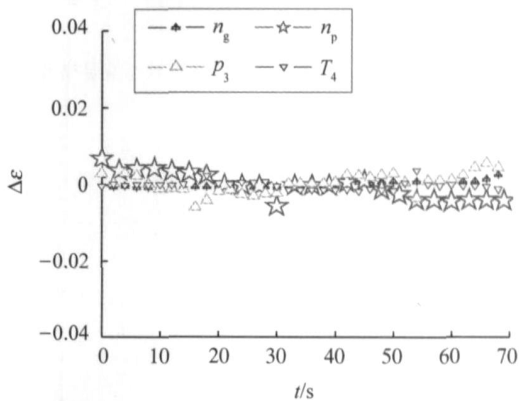
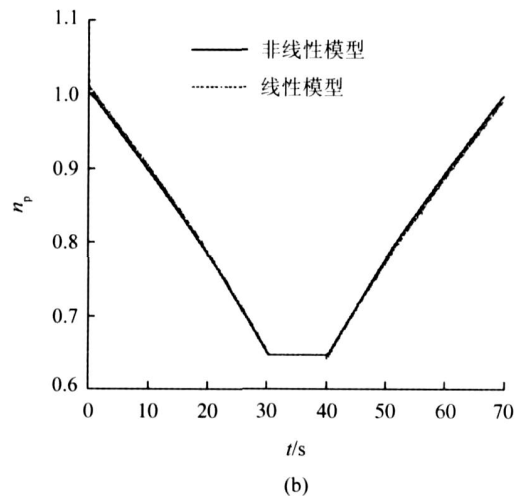


图 8 各输出变量误差百分比
Fig. 8 Chart of different output variables errors

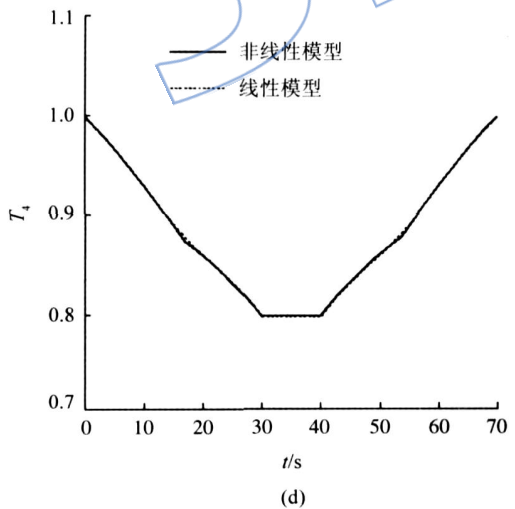
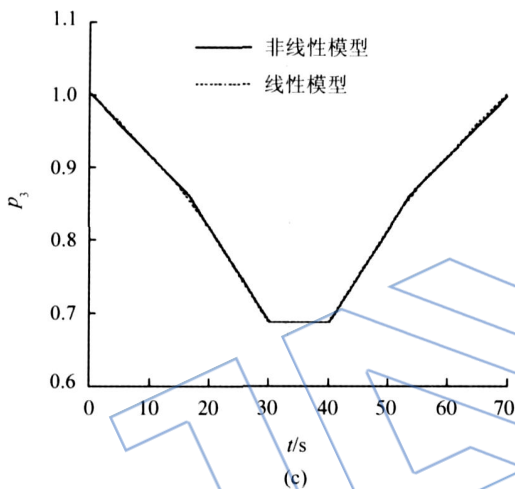


图 7 大偏差线性模型与非线性模型输出响应比较
Fig. 7 Output response comparisons of big perturbation SVM and non-linear model

6 结 论

本文提出的自寻优求解法建立航空发动机状态变量模型的方法,克服了小扰动法精度低以及拟合法在多状态量时拟合公式复杂等问题,在全飞行包线内的多个工作点上建立了相应的状态变量模型.对得到的状态变量模型及大偏差线性模型进行了相应的仿真研究,并与相同控制规律的非线性模型仿真结果进行了比较,结果表明,本文得到的状态变量模型及大偏差线性模型都有很高的精度,从而验证了自寻优求解法建立发动机状态变量模型的有效性和准确性.

参考文献:

[1] Luppold R H, Gallops G W, Kerr L J, et al. Estimating in-flight engine performance variations using Kalman filter concepts[R]. AIAA-89-2584, 1989.

[2] Geyser L C. DYGABCD-A program for calculating linear A,B,C and D matrices from a nonlinear dynamic engine model[R]. NASA NP-1295, 1978.

[3] Daniele C J, Krosel S M. Generation of linear dynamic models from a digital nonlinear simulation[R]. NASA NP-1388, 1979.

[4] Sugiyama N. Derivation of ABCD system matrices from nonlinear dynamic simulation of jet engines[R]. AIAA-92-3319,1992.

[5] 黄伟斌,黄金泉. 航空发动机故障诊断的自适应模型[J]. 航空动力学报,2008,23(3):580-584.
HUANG Weibin,HUANG Jinquan. On board self-tuning model for aero-engine fault diagnostics[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(3):580-584. (in Chinese)

[6] 冯正平,孙健国,黄金泉,等. 一种建立航空发动机状态变量模型的新方法[J]. 航空动力学报,1998,13(4):435-438.
FENG Zhengping,SUN Jianguo,HUANG Jinquan,et al. A new method for establishing a state space model of aero-

engine[J]. Journal of Aerospace Power ,1998 ,13(4) : 435-438. (in Chinese)

[7] 冯正平,孙健国. 航空发动机小偏差状态变量模型的建立方法[J]. 推进技术,2001 ,22(1) :54-57.

FENG Zhengping ,SUN Jianguo. Modeling of small perturbation state variable model for aeroengines[J]. Journal of Propulsion Technology ,2001 ,22 (1) : 54-57. (in Chinese)

[8] 郑铁军,王曦,罗秀芹,等. 建立航空发动机状态空间模型的修正方法[J]. 推进技术,2005 ,26(1) :46-49.

ZHENG Tiejun ,WANG Xi ,LUO Xiuqin ,et al. Modified method of establishing the state space model of aeroengine [J]. Journal of Propulsion Technology ,2005 ,26 (1) : 46-49. (in Chinese)

JALSP